

الموجز في الرياضيات

السنة الرابعة متوسط

ملخص شامل



إعداد: أم أنس

2022/2023

الاعداد الطبيعية و الاعداد الناطقة

- العددان الاوليان فيما بينهما هما العددان اللذان قاسمهما الاكبر يساوي **1**

أي **$PGCD = 1$**

- الكسر الغير قابل للإختزال هو الكسر الذي بسطه و مقامه أوليان فيما بينهما

- لإيجاد القاسم المشترك الاكبر **PCGD** نتبع إحدى الطرق التالية :

- نبحث عن جميع القواسم نأخذ أكبرها

- عملية الطرح المتتالية

- القسمة الإقليدية

تذكير

- عند حساب القاسم المشترك لا تنسى ذكر طريقة القسمة أو الطرح المتتابع

- عند طلب إختزال كسر $\frac{a}{b}$ يجب ذكر أن **PCGD** يختلف عن الواحد إذا الكسر قابل للإختزال

الحساب على الجذور

حل المعادلة $x^2 = b$ حيث b عدد طبيعي



خواص عن الجذور يجب معرفتها

$$\sqrt{a^2} = a$$

يوجد عدداً متعاكسان
هما $+\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$

قواعد أساسية في القوى

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\diamond \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\diamond \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\diamond \sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$$

$$\diamond \sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a - b}$$

لجعل مقام النسبة $\frac{q}{\sqrt{b}}$ عدد ناطقا نضرب كلا من البسط والمقام في المرافق

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \quad \text{مثال}$$

الحساب الحرفي: المتطابقات الشهيرة

جداء مجموع حدين وفرقهما



$$(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$$

مربع فرق



$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

مربع مجموع



$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

التحليل والنشر

التحليل باستعمال العامل المشترك : نحدد العامل المشترك بين الحدين او الحدود ثم نطبق الخاصية التوزيعية

$$k \times a + k \times b = k(a + b)$$

مثال توضيحي:

$$A = 3(\sqrt{2}x + 1) - (\sqrt{2}x + 1)(x + \sqrt{2})$$

بملاحظة ان $(\sqrt{2}x + 1)$ هو عامل مشترك بين الحدين نجد ان :

$$A = 3(\sqrt{2}x + 1) - (\sqrt{2}x + 1)(x + \sqrt{2})$$

$$A = (\sqrt{2}x + 1)[3 - (x + \sqrt{2})]$$

$$A = (\sqrt{2}x + 1)(3 - x - \sqrt{2})$$

$$A = (\sqrt{2}x + 1)(-x - \sqrt{2} + 3)$$

التحليل باستعمال المتطابقات الشهيرة : يجب معرفة نوع المتطابقة : مربع مجموع او مربع فرق او

جداء مجموع حدين وفرقهما ثم نجري عملية التحليل كما هو موضح في المثال :

$$\diamond 4x^2 - 9 = (2X)^2 - 3^2 = (2X - 3)(2X + 3)$$

$$\diamond x^2 - 6X + 9 = x^2 - 2 \times X \times 3 + 3^2 = (X - 3)^2$$

$$\diamond 9x^2 + 4 + 12X = 3X^2 + 2^2 + 2 \times 3X \times 2 = (3X + 2)^2$$

مثال تطبيقي عن النشر والتبسيط

$$(X - 5)(X + 4) \quad \text{انشر وبسط:}$$

حلل العبارة H الى جداء عاملين

$$H = x^2 - X - 20 + 2X(X + 4)$$

النشر والتبسيط :

$$(X - 5)(X + 4) = x^2 + 4X - 5X - 20$$

$$= x^2 - X - 20$$

التحليل الى جداء عاملين :

$$H = x^2 - X - 20 + 2X(X + 4)$$

$$H = (X - 5)(X + 4) + 2X(X + 4)$$

$$H = (X + 4)[(X - 5) + 2X]$$

$$H = (X + 4)(3X - 5)$$

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

$$ax+b=0$$

معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد وحلها هو إيجاد

مجموعة حلولها أي الأعداد التي تحقق المساواة

لحلها يجب التقيد بما يلي:

- ❖ قراءة نص المسألة وفهمها وتحديد المعطيات
- ❖ اختيار المجهول
- ❖ ترجمة المعطيات وكتابتها في صيغة معادلة
- ❖ القيام بحل المعادلة

حل المعادلة يؤل الى

$$Ax+b=0$$

$$Ax=-b$$

$$x=\frac{-b}{a}$$

كل معادلة من الشكل

$$(ax + b)(cx + d) = 0$$

حيث a, b, c, d اعداد معلومة تسمى معادلة جداء معدوم

وغالبا ما تأتي في الاختيارات على شكل تمرين حل المعادلة

مثال : في درس التحليل والنشر حل المعادلة

$$(5x + 1)(6x + 3) = 0$$

$$(5x + 1) = 0 \quad \text{نقول اما}$$

$$5x = -1 \quad \text{ومنه}$$

$$x = \frac{-1}{5}$$

$$(6x + 3) = 0 \quad \text{واما}$$

$$\text{ومنه}$$

$$6x = -3$$

$$x = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$$

حلول المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

كل عبارة من الشكل

$$ax - b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax - b \leq 0$$

$$ax - b \geq 0$$

حلها يؤل الى إيجاد كل القيم الممكنة للمجهول حتى تكون المتباينة صحيحة تسمى متراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

مثال توصيحي

حل المتراجحة :

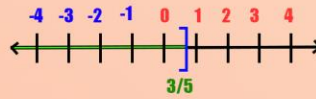
$$5x \leq 3$$

نضرب طرفي المتراجحة في العدد $\frac{1}{5}$ نجد

$$x \leq \frac{3}{5}$$

ونكتب حلول المترجحة هي كل الاعداد الأصغر من او تساوي $\frac{3}{5}$

تمثيل حلول المتراجحة على المستقيم المدرج بالجزء الملون



حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y هي الجملة:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

حلها هو إيجاد الثنائية $(x; y)$ التي تحقق المعادلتين في آن واحد

لحل الجملة جبريا نتبع احدى الطرق:

طريقة التعويض:

وهو التعبير عن احد المجهولين بدلالة الاخر من احدى المعادلتين ثم نعوض ذلك

المجهول بالعبارة الناتجة في المعادلة الأخرى

مثال:

$$\begin{cases} 3x + y = -4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

من المعادلة 2 نجد :

$$Y = x - 2$$

بالتعويض في المعادلة 1 نجد :

$$3x + (x - 2) = -4$$

$$4x - 2 = -4$$

$$4x = -2$$

$$x = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

نعوض بقيمة x في المعادلة 2 نجد:

$$\frac{-1}{2} - y = 2$$

$$\frac{-1}{2} - 2 = y$$

$$y = \frac{-5}{2}$$

ونقول بان حل الجملة هو الثنائية: $(\frac{-1}{2} ; \frac{-5}{2})$

طريقة الجمع : وهي ان نضرب طرفي المعادلة بمعامل مناسب ثم نجمع المعادلتين طرفا الى طرف على معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

مثال توضيحي:

$$\begin{cases} 6X - 2Y = 8 \\ X + 3Y = 1 \end{cases}$$

بضرب طرفي المعادلة 2 في -6 نجد

$$\begin{cases} 6X - 2Y = 8 \\ -6X - 18Y = -6 \end{cases}$$

بالجمع طرف الى طرف نجد :

$$-20Y = 2$$

$$Y = \frac{2}{-20} = -\frac{1}{10}$$

بالتعويض نجد:

$$X - \frac{3}{10} = 1$$

$$X = \frac{3}{10} + 1 = \frac{13}{10}$$

ونقول الثنائية: $(\frac{13}{10} ; \frac{-1}{10})$ هي حل للجملة

الدالة الخطية والدالة التالفية

كل دالة تكتب على شكل $f(x) = ax$ تسمى دالة خطية وتمثيلها البياني عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ
كل دالة تكتب على شكل $f(x) = ax + b$ تسمى دالة تالفية وتمثيلها البياني عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ

النسب المئوية:

حساب $p\%$

معناه $\frac{p}{100}$

زيادة x ب: $p\%$ معناه $x \left(1 + \frac{p}{100} \right)$

انخفاض x ب: $p\%$ معناه $x \left(1 - \frac{p}{100} \right)$

مثال توضيحي :

خطية دالة $f(x) = 2x$
تالفية دالة $g(x) = 3x + 6$
انطلاقا من هاتين الدالتين نجد :

تعيين صورة عدد بدالة :

ماهي صورة العدد 5 بالدالة f

ماهي صورة العدد 2 بالدالة g

احسب $g(3)$; $f(4)$

الحل :

صورة 5 بالدالة f : $f(5) = 2 \times 5 = 10$

صورة 2 بالدالة g : $g(2) = 3 \times 2 + 6 = 12$

$f(4) = 2 \times 4 = 8$

$g(3) = 3 \times 3 + 6 = 15$

تعيين عدد علمت صورته:

مثال : ماهو العدد الذي صورته 12 بالدالة f

ماهو العدد الذي صورته 9 بالدالة g

الحل : العدد الذي صورته بالدالة f هو :

$$\begin{cases} f(x) = 2x \\ f(x) = 12 \end{cases} \text{ ومنه نجد : } 2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2} = 6$$

ونكتب صورة 12 بالدالة f هي العدد 6

❖ العدد الذي صورته 9 بالدالة g

$$\begin{cases} g(x) = 9 \\ g(x) = 3x + 6 \end{cases} \text{ لدينا إذا : } 3x + 6 = 9$$

$$3x = 9 - 6 \quad \text{ ومنه :}$$

$$3x = 3$$

$$x = \frac{3}{3} = 1$$

ونكتب صورة العدد 9 بالدالة g هو العدد 1

تعيين دالة خطية :

اوجد الدالة الخطية f اذا علمت ان $f(7) = 35$

الحل:

$$a = \frac{35}{7} = 5$$

إيجاد العدد a

ومنه الدالة هي :

$$f(x) = 5x$$

تعيين دالة تالفية :

اوجد الدالة التالفية g بحيث

$$g(2) = 11$$

$$g(4) = 5$$

الدالة من الشكل $ax+b$ نبحث على a ثم على b

$$a = \frac{11 - 5}{2 - 4} = \frac{6}{-2} = -3$$

إيجاد العدد b

نحل المعادلة :

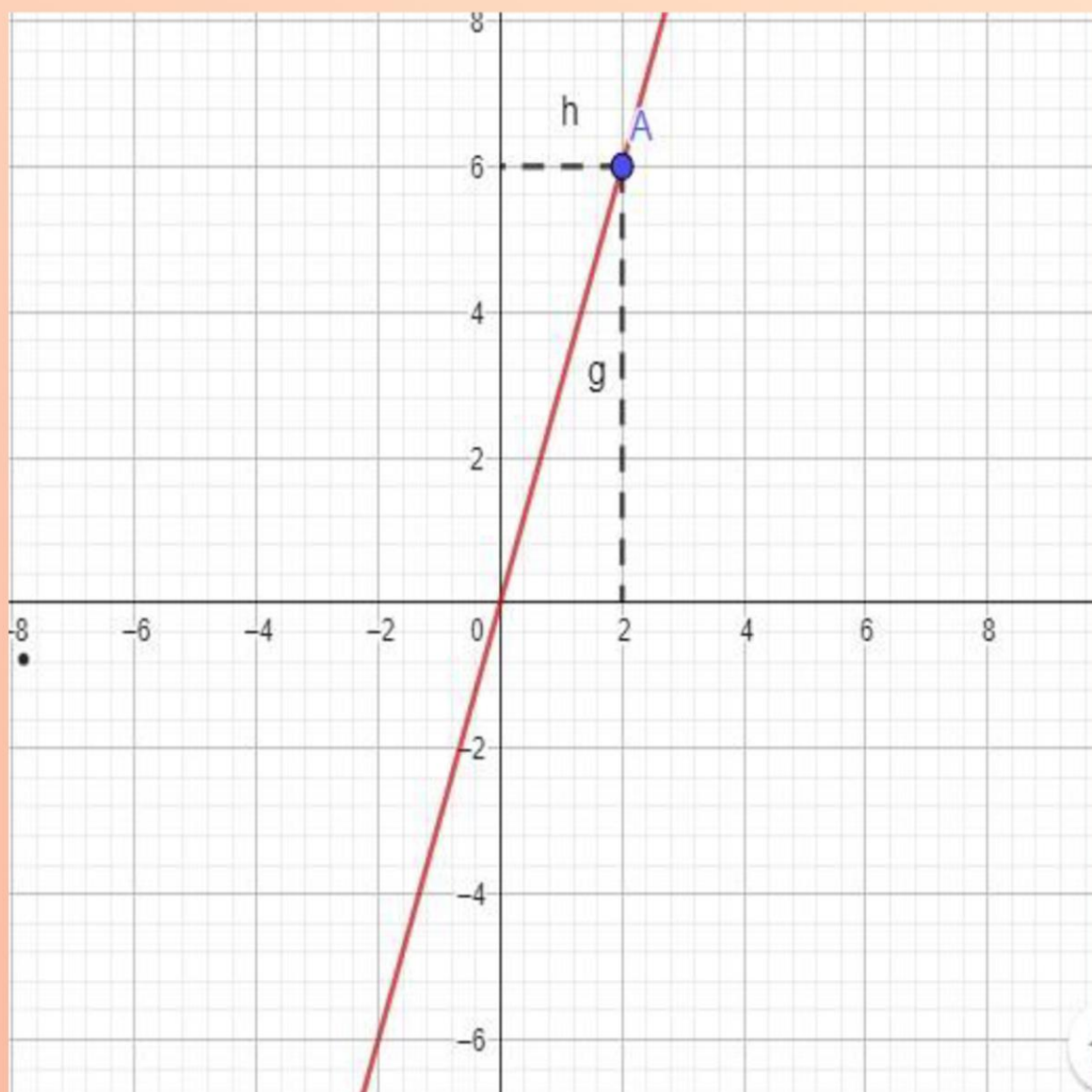
$$g(4) = 5$$

$$-12 + b = 5 \quad \text{ ومنه } -3 \times 4 + b = 5 \quad \text{ ومنه } b = 5 + 12 = 17$$

الدالة هي $g(x) = -3x + 17$

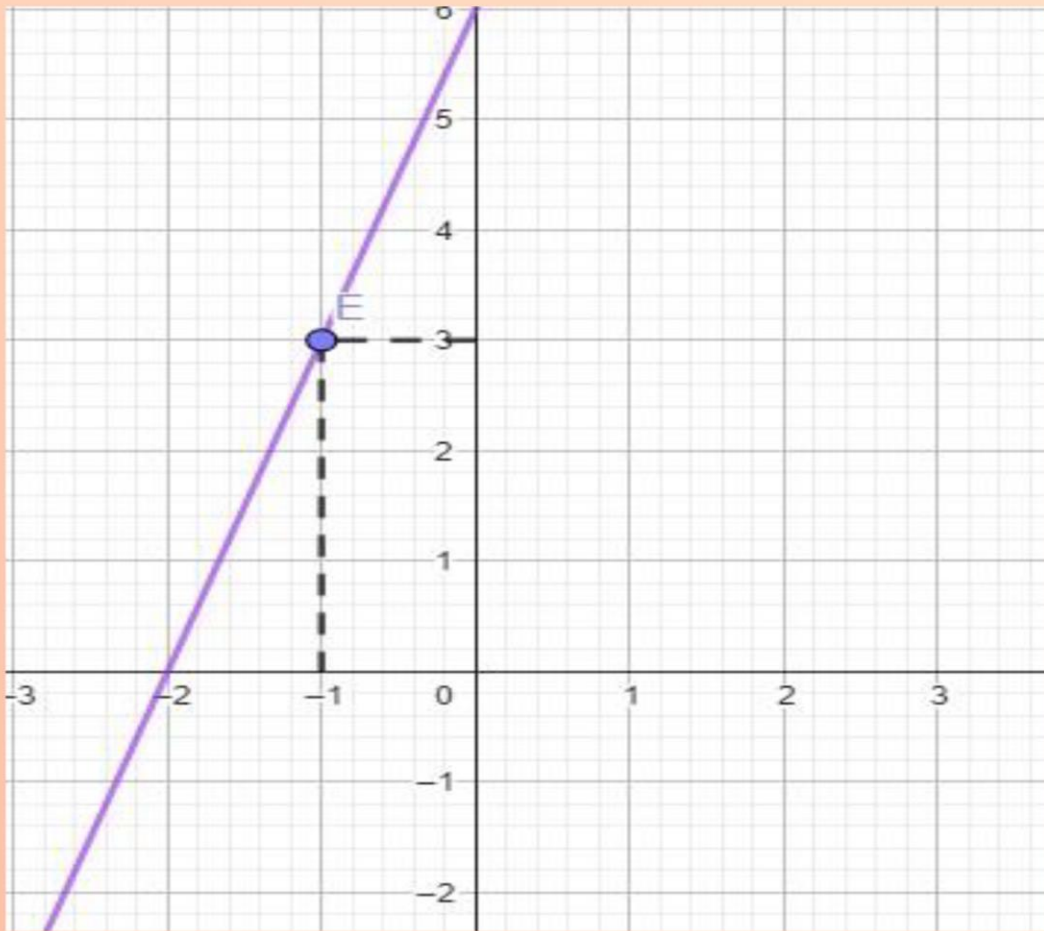
تمثيل الدالة الخطية :
جدول القيم

x	0	2
$f(x)$	0	6



تمثيل دالة تالفية :
جدول القيم

x	0	-1
$g(x)$	6	3



حساب المثلثات وخواص المثلث القائم

جيب تمام وجيب وظل زاوية حادة في مثلث قائم

$$\tan B = \frac{AC}{AB} \quad \text{أي المقابل على المجاور ويسمى ظل الزاوية التي رأسها B} \quad \diamond$$

$$\sin B = \frac{CA}{BC} \quad \text{أي المقابل على الوتر ويسمى جيب الزاوية التي رأسها B} \quad \diamond$$

$$\cos B = \frac{BA}{BC} \quad \text{أي المجاور على الوتر ويسمى جيب تمام الزاوية التي رأسها B} \quad \diamond$$

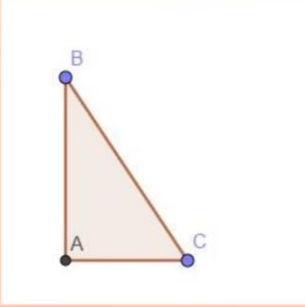
خواص النسب المثلثية :

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \diamond$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \diamond$$

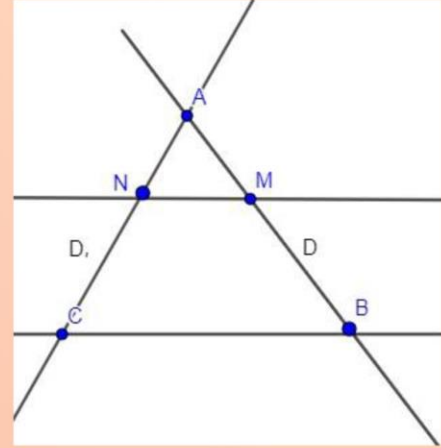
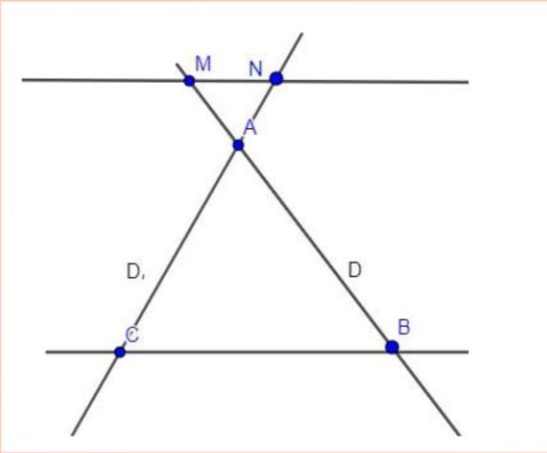
مثلث قائم في A خاصية فيثاغورس

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \diamond$$



خاصية طالس والخاصية العكسية:

D, D' مستقيمان ماقطعان في النقطة A



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \text{فان } (MN) \parallel (BC) \quad \text{اذا كان}$$

$$(MN) \parallel (BC) \quad \text{فان } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad \text{اذا كان}$$

الاشعنة والمعالم

في معلم نعتبر النقطتين A (Xa ; Ya) و B(Xb ; Yb)

- ❖ احداثيات شعاع: $AB=(Xb-Xa ; Yb-Ya)$
- ❖ احداثيات منتصف قطعة مستقيمة M : منتصف القطعة [AB] يعني إيجاد

$$\left(\frac{Xa + Xb}{2} ; \frac{Ya + Yb}{2} \right)$$

- ❖ إيجاد طول قطعة مستقيمة: $AB = \sqrt{(Xb-Xa)^2 + (Yb-Ya)^2}$

المحيط و المساحات

الاشكال	المحيط (p)	المساحة (S)	ملاحظة
المربع	$P=4C$	$S=C \times C$	C طول ضلع المربع
المستطيل	$P=2(L + I)$	$S=L \times I$	L طول و I عرض المستطيل
المثلث	$P=P+H+I$	$S=\frac{B \times h}{2}$	B قاعدة و h ارتفاع المثلث
شبه المنحرف		$S=\frac{(b+B) \times h}{2}$	B القاعدة الكبرى b القاعدة الصغرى
القرص	$P=2\pi r$	$S=\pi r^2$	R نصف القطر

الحجم و المساحات الجانبية

الاشكال	الحجم (V)	المساحة (S)	ملاحظة
المكعب	$V=c^3$	$S=6c^2$	C طول ضلع المكعب
متوازي المستطيلات	$V=l \times i \times h$	$S=p \times h$	p محيط القاعدة
الموشور القائم	$V=B \times h$	$S=p \times h$	B مساحة القاعدة
الكرة	$V=\frac{4}{3}\pi R^3$	$S=\pi \times R^2$	R نصف القطر
القرص	$P=2\pi R$	$S=\pi R^2$	R نصف القطر
الهرم	$V=\frac{1}{3}B \times h$		
المخروط	$V=\frac{1}{3}R^2 \times h$		